

УДК 532.529

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СТРУИ ЖИДКОСТИ В БОЛЕЕ ПЛОТНОЙ СРЕДЕ**Гильманов С. А.*****Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета***

Представлена теоретическая модель струйного распространения жидкости с положительной плавучестью в воде. Она представляет собой систему дифференциальных уравнений, позволяющую определить траекторию осевой линии струи, площади ее поперечного сечения вдоль осевой линии в зависимости от поля скоростей внешнего потока, а также расхода, скорости и направления струи на начальном сечении. На основе численного решения принятой системы уравнений изучены некоторые особенности таких струйных течений в воде. Проанализировано влияние параметров струи вблизи источника (скорости и направления истечения, расхода, например) на ее дальнейшую эволюцию.

Введение. Возможные масштабы загрязнения водоемов и рек при нарушении герметичности трубопроводов, находящихся в них, зависят от поля скоростей самих водоемов, глубины залегания трубопроводов, размеров и характера разрывов, а также от интенсивности выбросов и свойств этих жидкостей. Наиболее интересным с точки зрения практики является ситуация, когда трубопровод заполнен более легкой по плотности, но более густой (вязкой), чем вода, жидкостью (нефтью, например). Процесс распространения таких жидкостей с положительной плавучестью относительно воды состоит из двух этапов. На первом под воздействием сил плавучести происходит подъем на зеркальную поверхность водоема, а на втором их растекание вдоль зеркальной поверхности. Ниже рассматривается первый этап.

Основные уравнения. Теоретическое описание струйного течения густой жидкости в более тяжелой жидкой среде будем проводить на основе следующих допущений. Примем, что отсутствует массообмен между струей и окружающей средой; течение окружающей струю жидкости установившееся, т. е. направление и скорость течения не зависят от времени. Кроме этого, источник выбросов действует с некоторой постоянной интенсивностью достаточно долгое время и поэтому струю (ее конфигурацию и течение в ней) можно считать стационарной. Необходимо отметить, что эта модель пригодна для расчета начального участка, когда струя сохраняет целостность. Представляется, что в плане оценки масштабов, а также участков загрязнения определяющую роль играет этот участок.

Для описания рассматриваемого процесса введем параметры струи. Пусть $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ – осевая линия струи (рис. 1), являющаяся искомой. В дальнейшем ее будем называть траекторией струи, которая параметризована естественным образом. Поперечное сечение струи для любого s представляет собой круг радиуса $a = a(s)$. Кроме того, средняя по сечению скорость v также является функцией только от длины дуги s . Таким образом, течение жидкости в пределах струи будет рассматриваться в квазиодномерном приближении.

Пусть начало координат совпадает с источником легкой жидкости. Ось Ox направим по течению жидкости в окружающей среде, ось Oy – перпендикулярно течению в горизонтальной плоскости, а ось Oz – вертикально вверх. Тогда траектория струи будет проходить через начало координат. В общем случае траектория представляет собой трехмерную кривую, вид которой определяется направлением скорости истечения из источника, объемным расходом, плотностью легкой жидкости, а также плотностью и полем скоростей окружающего потока.

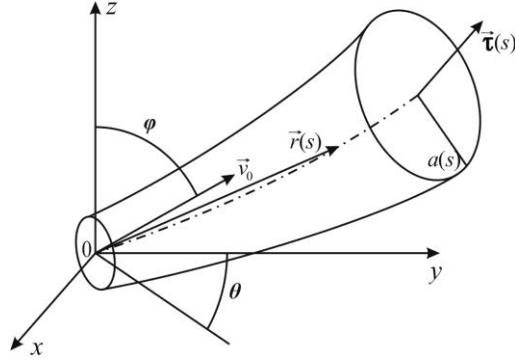


Рис.1. Схема струи.

Система уравнений, описывающих поведение струи имеет вид:

$$\frac{dm}{ds} = 0 \quad (1)$$

Уравнение импульсов для жидкости в струе запишем в виде:

$$m \frac{dv}{ds} = \pi a^2 (\rho_w - \rho_f) g \mathbf{k} + \mathbf{f}, \quad \mathbf{v} = v \boldsymbol{\tau}, \quad \boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}, \quad (2)$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_\tau + \mathbf{f}_n \quad (3)$$

$$\mathbf{f}_\tau = -C_\tau \pi a \rho_f |v - w_\tau| (v - w_\tau) \boldsymbol{\tau}, \quad \mathbf{f}_n = C_n a \rho_w w_n^2 \mathbf{n}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{w}_n}{|\mathbf{w}_n|} \quad (4)$$

$$C_\tau = C_\tau^{(0)} \chi_\tau, \quad C_\tau^{(0)} = \frac{0.316 \chi_\tau}{\text{Re}_\tau^{0.25}}, \quad \chi_\tau = \left(1 + 0.4 \left(\frac{\rho_f \mu_f}{\rho_w \mu_w} \right)^{0.25} \text{Re}_\tau^{0.125} \right)^{-2}, \quad C_n = \frac{\chi_n}{2}. \quad (5)$$

Систему дифференциальных уравнений необходимо дополнить кинематическим соотношением:

$$\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 = 1, \quad (6)$$

следующим из условия $|\boldsymbol{\tau}| = 1$.

При известных значениях параметров a_0 , m , ρ_f , ρ_w , поля скоростей $w(x, y, z)$, а также составляющих вектора $\boldsymbol{\tau}_0$, определяющего направление струи на стоке, система дифференциальных уравнений (8) позволяет определить траекторию струи, а также величину скорости $v(s)$. Принятые выше допущения могут быть записаны в виде следующих начальных данных Коши при $s = 0$:

$$x = y = z = 0, \quad \frac{dx}{ds} = \tau_{0x}, \quad \frac{dy}{ds} = \tau_{0y}, \quad \frac{dz}{ds} = \tau_{0z}, \quad v = v_0 \quad (7)$$

Рассмотрим распространение струи в стоячей жидкой среде ($w = 0$). Пусть источник бьет вертикально вверх ($\tau_{0x} = \tau_{0y} = 0, \tau_{0z} = 1$). Тогда траектория струи будет прямой, совпадающей с осью Oz . Уравнение импульсов для этого случая запишется в виде:

$$m \frac{dv}{dz} = \pi a^2 (\rho_w - \rho_f) g - C_\tau \pi a \rho_f v^2. \quad (8)$$

С учетом уравнения неразрывности из (11) можно получить

$$\frac{dv}{dz} = \frac{g'}{v} - \frac{C_\tau}{a_0 \sqrt{v_0}} v^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

Если пренебречь силами сопротивления ($C_\tau = 0$), то уравнение имеет аналитическое решение

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2g'z}, \quad a = a_0 \sqrt[4]{v_0^2 / (v_0^2 + 2g'z)}. \quad (10)$$

Согласно данному решению происходит монотонное увеличение скорости и снижение радиуса струи с высотой.

Пусть направление скорости истечения, определяемое вектором \mathbf{t}_0 , произвольное. Тогда очевидно, что траектория струи будет представлять собой плоскую линию. Систему координат выберем так, чтобы траектория лежала в плоскости xOz . Пусть направление скорости струи на выходе из источника с вертикальной осью образует угол φ . Тогда компоненты единичного вектора \mathbf{t}_0 можем записать в виде $\tau_{0x} = \cos \varphi$, $\tau_{0z} = \sin \varphi$. В случае пренебрежения силой сопротивления ($C_\tau = 0$) на основе уравнений (8) получено аналитическое решение, определяющее траекторию струи и закон изменения скорости вдоль струи:

$$z = \frac{g'x^2}{2v_0^2} (1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi) + x \operatorname{ctg} \varphi, \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2g'z} \quad (11)$$

Из этого решения получена граница зоны безопасности, как огибающая траектории, описываемую формулой (14) при изменении угла φ от 0 до π :

$$z = \frac{g'x^2}{2v_0^2} - \frac{v_0^2}{2g'}. \quad (12)$$

На рис. 2 для величин расхода $m = 10$ кг/с, ($a_0 = 5$ см, $v_0 = 1.82$ м/с) представлены результаты расчетов, иллюстрирующие влияние начального направления скорости жидкости, определяемой углом φ атаки на параметры струи. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют значениям угла $\varphi = \pi/6, \pi/2, 5\pi/6$. Штрихпунктирные кривые получены согласно решению (11), пунктирная – по формуле (12). Сплошные кривые – результат численного интегрирования уравнений (8).

Из графиков следует, что независимо от начального направления жидкости величины скорости жидкости и радиуса сечения струи асимптотически стремятся к одним и тем же предельным величинам v_∞ и a_∞ . При этом максимальное удаление осевой линии, приобретающей в пределе вертикальное направление, от оси реализуется, когда начальное направление скорости жидкости определяется углом, несколько превышающим прямой угол. Кроме того, следует отметить, что в случаях, когда струя вначале бьет горизонтально ($\varphi = \pi/2$) или ниже горизонта ($\varphi = 5\pi/6$), распределение скорости жидкости и величина радиуса вдоль осевой линии струи немонотонны. Вышеуказанное поведение связано с тем, что для этих случаев на начальном участке происходит активное торможение (гашение) скорости жидкости в струе. Причем в случае, когда $\pi/2 < \varphi < \pi$, силы сопротивления и силы плавучести работают в одной «упряжке».

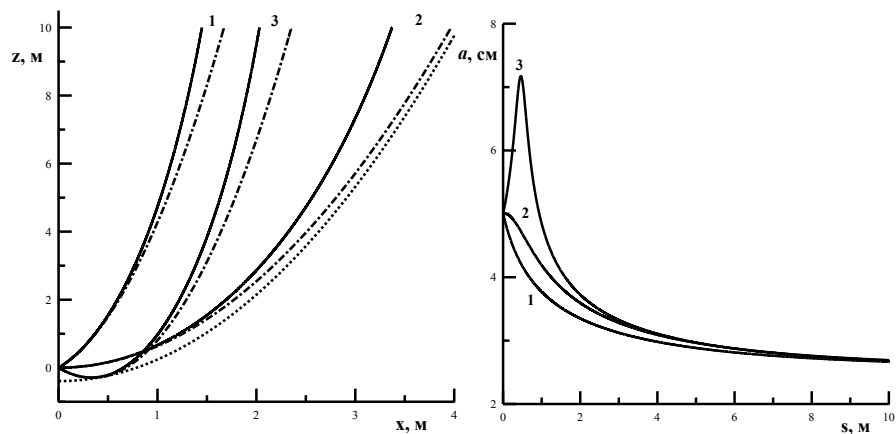


Рис. 2. Траектории и радиусы сечения струи

Закключение. Представлена теоретическая модель струйного течения жидкости в потоке другой жидкости с учетом сил плавучести. Эта модель позволяет рассчитать начальную зону. Установлено, что в зависимости от величины начальной скорости и ее направления по отношению к вертикали и скорости потока форма струи может быть монотонно расширяющейся или сужающейся, а также расширяющейся на начальном участке и затем сужающейся. Представляется, что эта модель позволяет рассчитывать начальный участок распространения струйных выбросов жидкости в воде.